

《五经算术》

〈卷上〉

《尚书》定闰法：

「帝曰：咨汝羲暨和，期三百有六旬六日。以闰月定四时成岁。」孔氏注云：「咨，嗟；暨，与也。匝四时曰期。一岁十二月，月三十日，正三百六十日。除小月六为六日，是为一岁。有余十二日，未盈三岁足得一月，则置闰焉。以定四时之气节，成一岁之历象。」

甄鸾按：一岁之闰惟有十日九百四十分日之八百二十七。而云余十二日者，理则不然。何者？十九年七闰，今古之通轨。以十九年整得七闰，更无余分。故以十九年为一章。今若一年有余十二日，则十九年二百二十八日。若七月皆小，则剩二十五日；若七月皆大，犹余十八日。先推日月合宿，以定一年之闰，则十九年七闰可知。

推日月合宿法：

置周天三百六十五度于上，四分度之一于下又置月行十三度十九分度之七。除其日一度，余十二度。以月分母十九乘十二度，积二百二十八；内子七得二百三十五为章月。以度分母四乘章月得九百四十日为法。又以四分乘度三百六十五，内子一，得一千四百六十一。乃以月行分母十九乘之，得二万七千七百五十九为周天分。以日法九百四十除之，得二十九日，不尽四百九十九。即是一月二十九日九百四十分日之四百九十九。与日合宿也。

求一年定闰法：

置一年十二月。以二十九日乘之，得三百四十八日。又置十二月，以日分子四百九十九乘之，得五千九百八十八。以日法九百四十除之，得六日。从三百四十八日，得三百五十四日，余三百四十八。以三百五十四减周天三百六十五度，不尽十一日。又以余分三百四十八减章月二百三十五。而章月少，不足减。上减一日，下加法九百四十分，得一千一百七十五。以实余三百四十八乃减下法，余八百二十七。是为一岁定闰十日九百四十分日之八百二十七。

求十九年七闰法：

置一年闰十日，以十九年乘之得一百九十日。又以八百二十七分，以十九年乘之得一万五千七百一十三。以日法九百四十除之，得十六日，余六百七十三。以十六加上日，得二百六日。以二十九除之，得七月，余三日。以法九百四十乘之，得二千八百二十。以前分六百七十三加之，得三千四百九十三。以四百九十九命七月分之，适尽。是谓十九年得七闰月，月各二十九日九百四十分日之四百九十九。

《尚书》、《孝经》「兆民」注数越次法：

「天子曰兆民，诸侯曰万民。」甄鸾按：吕刑云：「一人有庆，兆民赖之」注云：「亿万曰兆。天子曰兆民，诸侯曰万民。」又按周官：乃经土地而井，牧其田野。九夫为井，四井为邑，四邑为邱，四邱为甸，四甸为县，四县为都。以任地事而令贡赋。凡税敛之事，所以必共井者，存亡更守，入出相同，嫁娶相媒，有无相贷，疾病相忧，缓急相救，以所有易以所无也。兆民者，王畿方千里，自乘得兆井。王畿者，因井田立法，故曰兆民。若言兆井之民也。如以九州岛地方千里者九言之，则是九兆，其数不越于兆也。诸侯曰万民者，公地方百里，自乘得一万井。故曰万民。所以言侯者，诸侯之通称也。

按注云：「亿万曰兆」者，理或未尽。何者？按黄帝为法，数有十等。及其用也，乃有三焉。十等者，谓亿、兆、京、垓、秭、壤、沟、涧、正、载也。三等者，谓上、中、下也。其下数者，十十变之。若言十万曰亿，十亿曰兆，十兆曰京也。中数者，万万变之。若言万万曰亿，万万亿曰兆，万万兆曰京也。上数者，数穷则变。若言万万曰亿，亿亿曰兆、兆兆曰京也。若以下数言之，则十亿曰兆；若以中数言之，则万万亿曰兆；若以上数言之，则亿亿曰兆。注乃云「亿万曰兆」者，正是万亿也。若从中数，其次则需有十万亿、次百万亿、次千万亿、次万万亿曰兆。三数并违，有所未详。按尚书无此注，故从孝经注释之。

《诗》伐檀毛、郑注不同法：

「不稼不穡，胡取禾三百亿兮；不狩不猎，胡瞻尔庭，有县特兮。」注云：「万万曰亿。兽三岁曰特。」笺云：「十万曰亿。三百亿，禾秉之数也。」

甄鸾按：黄帝为法，数有十等。及其用也，乃有三焉。十等者，谓亿、兆、京、垓、秭、壤、沟、涧、正、载。三等者，谓上、中、下也。其下数者，十十变之。若言十万曰亿，十亿曰兆，十兆曰京也。中数者，万万变之。若言万万曰亿，万万亿曰兆，万万兆曰京也。上数者，数穷则变。若言万万曰亿，亿亿曰兆、兆兆曰京也。据此而言，郑用下数，毛用中数矣。

《诗》丰年毛注数越次法：

「丰年多黍多稌，亦有高廩，万亿及秭。」毛注云：「丰，大；稌，稻。廩所以藏斋盛之穗。数万至万曰亿；数亿至亿曰秭。」笺云：「丰年，大有之年。万亿及秭，以言谷数多也。」

甄鸾按：毛注云数万至万曰亿者，此即中数，万万曰亿也。又云数亿至亿曰秭者，或有可疑。何者？按黄帝数术云：中数者，万万曰亿，万万亿曰兆，万万兆曰京，万万京曰垓，万万垓曰秭。此应云数亿至垓曰秭，而言数亿至亿曰秭者，有所未详。

《周易》策数法：

「天地之数五十有五，此所以成变化而行鬼神也。干之策二百一十有六；坤之策百四十有四。凡三百有六十，当期之日。二篇之策，万有一千五百二十，当万物之数也。是故四营而成易，十有八变而成卦；八卦而小成。引而申之，触类而长之，天下之能事毕矣。」

甄鸾按：天以一生水，地以二生火，天以三生木，地以四生金，天以五生土。天数奇，二十五；地数耦，三十。并天地之数，合五十五，谓之大衍之数。揲蓍得干者，三十六策然后得九一爻。爻有三十六策。合二百一十六。揲蓍得坤者，二十四策然后得六一爻。爻有二十四策。合百四十四。并乾坤之策，三百六十。当一期之日者，举全数也。上、下经有六十四卦，卦有六爻，合三百八十四爻。阴阳各半，阳爻称九，阴爻称六。九、六各百九十二也。阳爻以三十六策乘之，得六千九百一十二；阴爻以二十四乘之，得四千六百八。并阴阳之策，合得一万一千五百二十也。四营者，仰象天，俯法地，近取诸身，远取诸物也。十八变者，三变而成爻，十八变而六爻也。八卦而小成者，言虽成易，犹未备也。

《论语》「千乘之国」法：

「子曰：『导千乘之国。…』」注云：「司马法：六尺为步，步百为亩，亩百为夫，夫三为屋，屋三为井，井十为通，通十为成，成出革车一乘。然则千乘之赋，其地千成也。」今有千乘之国，其地千成，计积九十亿步。问为方几何？

答曰：三百一十六里六十八步一十八万九千七百三十七分步之六万二千五百七十六。术曰：置积步为实，开方除之即得。

按千乘之国，其地千成。方十里，置一乘地十里，以三百步乘之，得三千步。重张相乘，得九百万步。又以千成乘之，得积九十亿步。以开方除之，即得方数。

开方法曰：借一算为下法。步之常超一位，至万而止。置上商九万于实之上。又置九亿于实之下，下法之上，名曰方法。命上商九万以除实毕。倍方法九亿得十八亿。乃折之：方法一折，下法再折。又置上商四千于上，以次前商之后。又置四百万于方法之下，下法之上，名曰隅法。方、隅皆命上商四千以除实毕。倍隅法得八百万。上从方法，得一亿八千八百万。乃折之：方法一折，下法再折。又置上商八百于上，以次前商之后。又置八万于方法之下，下法之上，名曰隅法。方、隅皆命上商八百以除实毕。倍隅法得十六万。上从方法，得一千八百九十六万。乃折之：方法一折，下法再折。又置上商六十于上，以次前商之后。又置上商六十于上，以次前商之后。又置六百于方法之下，下法之上，名曰隅法。方、隅皆命上商六十以除实毕。倍隅法得一千二百。

上从方法，得一百八十九万七千二百。乃折之：方法一折，下法再折。又置上商八于上，以次前商之后。又置八于方法之下，下法之上，名曰隅法。方、隅皆命上商八以除实毕。倍隅法得一十六。上从方法，下法一亦从之，得一十八万九千七百三十七分步之六万二千五百七十六。以里法三百步除之，得三百一十六里。不尽六十八步。即得三百一十六里六十八步一十八万九千七百三十七分步之六万二千五百七十六也。

周官车盖法：

「参分弓长，以其一为尊。」注云：「尊，高也。六尺之弓，上部近平者二尺。爪末下于部二尺。二尺为句，四尺为弦，求其股。股十二。开方除之，面三尺几半。」

甄鸾按：句股之法，横者为句，直者为股，斜者为弦。若句三，则股四而弦五。此自然之率也。今此车盖，句二弦四则股三，此亦自然之率矣。求之法，句、股各自乘，并而开方除之，即弦也。股自乘，以减弦自乘，其余开方除之，即句也。句自乘，以减弦自乘，其余开方除之，即股也。假令句三自乘得九，股四自乘得十六，并之得二十五，开方除之得五，弦也。股四自乘得十六；弦五自乘得二十五，以十六减之，余九。开方除之得三，句也。句三自乘得九，弦五自乘得二十五，以九减之，余十六。开方除之得四，股也。今车盖崇二尺，弓四尺。以崇下二尺为句，弓四尺为弦，为之求股。求股之法，句二尺自乘得四，弦四尺自乘得十六。以四减十六，余十二。开方除之，得三，即股三尺也也。余三，倍方法得六；又以下法一从之得七。即股三尺七分尺之三。故曰几半也。

《仪礼》丧服经带法：

「苴经大搨，左本在下。去五分一以为带。齐衰之经，斩衰之带也，去五分一以为带。大功之经，齐衰之带也，去五分一以为带。小功之经，大功之带也，去五分一以为带。缌麻之经，小功之带也，去五分一以为带。」注云：「盈手曰搨。搨，扼也。中人之扼围九寸。以五分一为杀者，象五服之数。」今有五服衰经，迭相差五分之一。其斩衰之经九寸，问齐衰、大功、小功、缌麻经各几何？

答曰：齐衰七寸五分寸之一、大功五寸二十五分寸之十九、小功四寸一百二十五分寸之七十六、缌麻三寸六百二十五分寸之四百二十九。

甄鸾按：五分减一者，以四乘之，以五除之。置斩衰之经九寸，以四乘之得三十六为经实；以五除之得齐衰之经七寸五分寸之一。以母五乘七寸得三十五；内子一得三十六。以四乘之得一百四十四为实。以五乘下母五得二十五为法。除之得大功经五寸二十五分寸之十九。以母二十五乘五寸得一百二十五

，内子十九，得一百四十四。以四乘之得五百七十六为实。以五乘下母二十五得一百二十五为法。以除之，得小功经四寸一百二十五分寸之七十六。以母一百二十五乘经四寸，得五百。内子七十六，得五百七十六，又以四乘之得二千三百四为实。以五乘下母一百二十五得六百二十五为法。以除之，得总麻之经三寸六百二十五分寸之四百二十九。

丧服制食米溢数法：

「朝一溢米，夕一溢米。」注云：「二十两曰溢，一溢为米一升二十四分升之一。」

甄鸾按：一溢为米一升二十四分升之一法：置一斛米，重一百二十斤。以十六乘之，为积一千九百二十两。以溢法二十两除之，得九十六溢为法。以米一斛百升为实。实如法得一升。不尽四升，与法具再半之，名曰二十四分升之一。称法：三十斤曰钧，四钧曰石。石有一百二十斤也。所以名斛为石者，以其一斛米重一百二十斤故也。

《礼记》王制国及地法：

凡四海之内有九州岛。大界方三千里。三三而九，计方一千里者有九也。今为里田之法，方一千里为广一里，则长一百万里也。分方一千里为畿内，余为八州。州各得方一千里。各以方里自乘为积里。诸国皆仿方一百里国三十。一国万里，三十国合三十万里。方七十里国六十。一国四千九百里，六十国合二十九万四千里。方五十里国一百二十。一国二千五百里，一百二十国合三十万里。上法一州有二百一十国，合地八十九万四千里。以减一州之地大数一百万里，余一十万六千里为闲田。此据一州而言。若八州则地七百一十五万二千里，以减八州八百万里，余八十四万八千里为闲田。

畿内方百里国九。一国万里，九国合九万里。方七十里国二十一。一国四千九百里，二十一国合十万二千九百里。方五十里国六十三。一国二千五百里，六十三国合十五万七千五百里。上法畿内有九十三国，计地三十五万四百里。以减一百万里，余六十四万九千六百里为闲田。以八州之地七百一十五万二千里，并畿内三十五万四百里，九州岛之国合地七百五十万二千四百里。以减九州岛之地大数九百万里，余一百四十九万七千六百里为闲田。此商制也。

郑注云：「周公制礼，九州岛大界方七千里。七七四十九，即四千九百万里。计方一千里者，四十九也。」分方千里为畿内，余为八州。州各得一千里者六。一州合地六百万里。方五百里国四。一国二十五万里，四国合一百万里。方四百里国六。一国十六万里，六国合九十六万里。方三百里国十一。一国九万里，十一国合九十九万里。方二百里国二十五。一国四万里，二十五国合一百万里。方一百里国一百六十四。一国一万里，一百六十四国合一百万里。

万里。上法，一州二百一十国，计地五百五十九万里。以减一州之地大数六百万里，余四十一万里，为附庸闲田。

按《周礼》据千里为法，则公国四，侯国六，伯国十一，子国二十五，男国一百六十四。合二百一十国者，非周之数矣。据地方一千里为地一百万里。五国合为地五百万里。方百里者五十九。方百里为地一万里。五十九国合为地五十九万里。上二法，计得地五百五十九万里。容前二百一十国，余方百里者四十一。方百里为地一万里；百里之国四十一，为地四十一万里。上据地以下三法，合地六百万里。一州之大数。

「古者以周尺八尺为步，今以周尺六尺四寸为步。古者百亩当今东田百四十六亩三十步。古者百里当今百二十一里六十步四尺二寸二分。」

注云：「周尺之数，未之详闻。按礼制，周犹以十寸为尺。盖六国时多变乱法度。或言周尺八寸，则步更为八八六十四寸。以此计之，古者百亩当今百五十六亩二十五步。古者百里当今百二十五里也。」

甄鸾按：「古者以周尺八尺为步，今以周尺六尺四寸为步。古者一百亩当今东田一百四十六亩三十步。」计之法：置古步八尺，以八寸乘之为六十四寸。自相乘得四千九十六寸为古步法。又置今步六尺，以八寸乘之，内四寸，得五十二寸。自相乘得二千七百四寸为今步法。置田一百亩，以百步乘之得一万步。以古步法乘之，得四千九十六万寸为实。以今步法二千七百四寸除之，得一万五千一百四十七步。不尽二千五百一十二寸，约之得一百六十九分步之一百五十七。以亩法一百步除积步，得一百五十一亩，余四十七步及分。以经中东田一百四十六亩三十步减之，计剩五亩一十七步及分。此即经自不合。

求经云：「古者百里当今一百二十二里六十步四尺二寸二分」法：置百里，以三百步乘之，得三万步。以古一步六十四寸乘之，得一百九十二万寸。以今步法五十二寸除之，得三万六千九百二十三步，余四寸。以里法三百步除积步，得一百二十三里，不尽二十三步四寸。以经中一百二十一里六十步四尺二寸二分减之，计剩一里二百六十二步一尺三寸八分。亦经自不合。

求郑氏注云：「古者百亩当今一百五十六亩二十五步。」依郑计之法：置经中古者八十寸，今六十四寸相约。古步率得五，今步率得四。古步率五自乘得二十五为古步法；今步率四自乘得十六为今步法。置田一百亩为一万步。以古步法二十五乘之得二十五万。以今步法十六除之得一万五千六百二十五步。以亩法一百步除之，得一百五十六亩，不尽二十五步。

求郑注云：「古者百里当今一百二十五里」法：置一百里，以三百步乘之，得三万步。以古步率五乘之，得一十五万为实。以今步率四乘里法三百步，得一千二百为法。实如法而一，得一百二十五里。按经自不合；郑注又不与

经同。未详所以。

《五经算术》〈卷下〉

《礼记》月令黄钟律管法：

黄钟术曰：置一算，以三九遍因之为法。置一算，以三因之得三，又三因之得九，又三因之得二十七，又三因之得八十一，又三因之得二百四十三，又三因之得七百二十九，又三因之得二千一百八十七，又三因之得六千五百六十一，又三因之得一万九千六百八十三为法。即是黄钟一寸之积分。重张其位于上，以三再因之，为黄钟之实。以法除之，得黄钟，十一月，管长九寸。

置黄钟一寸积分一万九千六百八十三。以三因之得五万九千四十九。又置五万九千四十九。以三因之得十七万七千一百四十七，为黄钟实。以寸法一万九千六百八十三除实，得黄钟之管长九寸。

黄钟下生林钟，六月，管长六寸。置黄钟管长九寸。以二乘之得十八，以三除之得林钟管长六寸。

林钟上生太簇，正月，管长八寸。置林钟管长六寸。以四乘之，得二十四。以三除之，得太簇管长八寸。

太簇下生南吕，八月，管长五寸三分寸之一。置太簇之管八寸。以二乘之得十六；以三除之，得南吕之管长五寸三分寸之一。

南吕上生姑洗，三月，管长七寸九分寸之一。置南吕管长五寸。以分母三乘之，内子一得十六。以四乘之，得六十四。以三乘法三得九为法以除之，得姑洗之管长七寸九分寸之一。

姑洗下生应钟，十月，管长四寸二十七分寸之二十。置姑洗管长七寸。以分母九乘之，内子一得六十四。以二乘之得一百二十八。以分母九乘法三得二十七为法以除之，得应钟之管长四寸二十七分寸之二十。

应钟上生蕤宾，五月，管长六寸八十一分寸之二十六。置应钟管长四寸。以分母二十七乘之，内子二十得一百二十八。以四乘之，得五百一十二。以分母二十七乘法三得八十一为法。除之得蕤宾管长六寸八十一分寸之二十六。

蕤宾上生大吕，十二月，管长八寸二百四十三分寸之一百四。置蕤宾管长六寸。以分母八十一乘之，内子二十六得五百一十二。以四乘之得二千四十八为实。以分母八十一乘法三得二百四十三为法。除之得大吕之管长八寸二百四十三分寸之一百四。

大吕下生夷则，七月，管长五寸七百二十九分寸之四百五十一。置大吕管长八寸。以分母二百四十三乘之，内子一百四得二千四十八。以二乘之，得四千九十六为实。以分母二百四十三乘法三得七百二十九为法。除之得夷则管长五寸七百二十九分寸之四百五十一。

夷则上生夹钟，二月，管长七寸二千一百八十七分寸之一千七十五。置夷则管长五寸。以分母七百二十九乘之，内子四百五十一得四千九十六。以四乘之得一万六千三百八十四为实。以分母七百二十九乘法三得二千一百八十七为法。除之得夹钟管长七寸二千一百八十七分寸之一千七十五。

夹钟下生无射，九月，管长四寸六千五百六十一分寸之六千五百二十四。置夹钟管长七寸。以分母二千一百八十七乘之，内子一千七十五得一万六千三百八十四。以二乘之，得三万二千七百六十八为实。以分母二千一百八十七乘法三得六千五百六十一为法。除之得无射管长四寸六千五百六十一分寸之六千五百二十四。

无射上生中吕，四月，管长六寸一万九千六百八十三分寸之一万二千九百七十四。置无射管长四寸。以分母六千五百六十一乘之，内子六千五百二十四得三万二千七百六十八。以四乘之得十三万一千七十二为实。以分母六千五百六十一乘法三得一万九千六百八十三为法。除之得中吕之管长六寸一万九千六百八十三分寸之一万二千九百七十四。

《礼记》礼运注始于黄钟终于南吕法：

「五行之动迭相竭。五行、四时、十二月还相为本。五声、六律、十二管还相为宫。五味六和、十二食还相为滑。五色、六章、十二衣还相为质。」注云：「竭犹负载也。言五行运转，更相为始。五声宫、商、角、征、羽。其管阳曰律；阴曰吕。布在十二辰，始于黄钟九寸。下生者三分去一；上生者三分益一，终于南吕。更相为宫，凡六十律。」

甄鸾按：五声、六律、十二管还相为宫，终于南吕：

黄钟为宫，林钟为征，太簇为商，南吕为羽，姑洗为角；

林钟为宫，太簇为征，南吕为商，姑洗为羽，应钟为角；

太簇为宫，南吕为征，姑洗为商，应钟为羽，蕤宾为角；

南吕为宫，姑洗为征，应钟为商，蕤宾为羽，大吕为角；

姑洗为宫，应钟为征，蕤宾为商，大吕为羽，夷则为角；

应钟为宫，蕤宾为征，大吕为商，夷则为羽，夹钟为角；

蕤宾为宫，大吕为征，夷则为商，夹钟为羽，无射为角；

大吕为宫，夷则为征，夹钟为商，无射为羽，中吕为角；

夷则为宫，夹钟为征，无射为商，中吕为羽，黄钟为角；

夹钟为宫，无射为征，中吕为商，黄钟为羽，林钟为角；

无射为宫，中吕为征，黄钟为商，林钟为羽，太簇为角；

中吕为宫，黄钟为征，林钟为商，太簇为羽，南吕为角；

甄鸾按：《礼记》注一本乃有云：「始于黄钟，终于南事」者，更显之于

后。

礼运一本注「始于黄钟，终于南事」法：

甄鸾按：司马彪律历志：

黄钟下生林钟，林钟上生太簇，太簇下生南吕，南吕上生姑洗，姑洗下生应钟，应钟上生蕤宾，蕤宾上生大吕，大吕下生夷则，夷则上生夹钟，夹钟下生无射，无射上生中吕，中吕上生执始，执始下生去灭，去灭上生时息，时息下生结躬，结躬上生变虞，变虞下生迟内，迟内上生盛变，盛变上生分否，分否下生解形，解形上生开时，开时下生闭掩，闭掩上生南中，南中上生丙盛，丙盛下生安度，安度上生屈齐，屈齐下生归期，归期上生路时，路时下生未育，未育上生离宫，离宫上生凌阴，离宫下生去南，去南上生族嘉，族嘉下生邻齐，邻齐上生内负，内负上生分动，分动下生归嘉，归嘉上生随期，随期下生未卯，未卯上生形始，形始下生迟时，迟时上生制时，制时上生少出，少出下生分积，分积上生争南，争南下生期保，期保上生物应，物应上生质末，质末下生否与，否与上生形晋，形晋下生夷汗，夷汗上生依行，依行上生色育，色育下生谦待，谦待上生未知，未知下生白吕，白吕上生南授，南授下生分乌，分乌上生南事，南事不生。

甄鸾按：司马彪志序云：「汉兴，北平侯张苍首治律历。孝武正乐，置协律之官。至元始中，博征通知钟律者，考其意义。刘歆典领条奏。前史班固取以为志。而元帝时，郎中京房之五声之音，六律之数。上使太子太傅元成、谏议大夫章杂试问房于乐府。房对：受学故小黄令焦延寿。六十律相生之法：以上生下皆三生二；以下生上皆三生四。阳下生阴；阴上生阳。始于黄钟；终于中吕，而十二律毕矣。夫十二律之变至于六十，犹八卦之变至于六十四也。宓戏作易，纪阳气之初，以为律法建日冬至之声。以黄钟为宫，太簇为商，姑洗为角，林钟为征，南吕为羽，应钟为变宫，蕤宾为变征。此声气之元，五音之正也。故各统一月，其余以次运行。当月者各自为宫，而商征以类从焉。礼运篇曰：「五声、六律、十二管还相为宫。」此之谓也。以六十律分期之日：黄钟自冬至始，及冬至而复。阴阳寒燠，风雨之占生焉。所以检摄群音，考其高下；苟非草木之声，则无不有所合。」

「竹声不可以度调，故作准以定数。准之状如瑟，长丈而十三弦；隐间九尺，以应黄钟之律九寸。中央一弦下有画分寸，以为六十律清浊之节。」

「律术曰：阳以圆为形，其性动。阴以方为节，其性静。动者数三；静者数二。以阳生阴倍之，以阴生阳四之；皆三而一。阳生阴曰下生；阴生阳曰上生。上生不得过黄钟之浊；下生不得不及黄钟之清。皆参天两地、圆益方覆、六耦承奇之道也。黄钟律吕之首，而生十二律者也。其相生也，三分而损益之

。是故十二律之得十七万七千一百四十七。是为黄钟之实。」

如前置一算，以三九遍因之，得一万九千六百八十三，为黄钟一寸之积分；即为一寸之法。即以三再因之，得一十七万七千一百四十七，为黄钟之实。以寸法除之，得黄钟之管长九寸。又以二乘而三约之，是谓下生林钟之实。置黄钟之实十七万七千一百四十七。以二因之得三十五万四千二百九十四。以三除之，得一十一万八千九十八。为林钟之实。以寸法一万九千六百八十三除之，得林钟之管长六寸。又以四乘而三约之，是谓上生太簇之实。置林钟之实十一万八千九十八。以四因之，得四十七万二千三百九十二；以三除之得十五万七千四百六十四，为太簇之实。以寸法一万九千六百八十三除之，得太簇之管长八寸。自余诸管上下相生，皆仿此。

「推此上下以定六十律之实。以九三之数万九千六百八十三为法。实如法于律为寸，于准为尺；于律为分，于准为寸。不盈者十之，所得为分；又不盈十之，所得为小分。以其余正其强弱。」

子，黄钟实十七万七千一百四十七，律九寸。下生林钟。色育实十七万六千七百七十六，律八寸九分(小分八，微强)，下生谦待；执始实十七万四千七百六十二，律八寸八分(小分七，太强)，下生去灭；丙盛实十七万二千四百一十，律八寸七分(小分六，微弱)，下生安度；分动实十七万八十九，律八寸六分(小分四，微强)，下生归嘉；质末实十六万七千八百，律八寸五分(小分二，半强)，下生否与。

丑，大吕实十六万五千八百八十八，律八寸四分(小分三，弱)，下生夷则；分否实十六万三千六百五十四，律八寸三分(小分一，少强)，下生解形；凌阴实十六万一千四百五十二，律八寸二分(小分一，弱)，下生去南；少出实十五万九千二百八十，律八寸(小分九，强)，下生分积。

寅，太簇实十五万七千四百六十四，律八寸，下生南吕；未知实十五万七千一百三十四，律七寸九分(小分八，强)，下生白吕；时息实十五万五千三百四十四，律七寸八分(小分九，强)，下生结躬；屈齐实十五万三千二百五十四，律七寸七分(小分八，半强)，下生归期；随期实十五万一千一百九十一，律七寸六分(小分八，微强)，下生未卯；形晋实十四万九千一百五十六，律七寸五分(小分八，弱)，下生夷汗。

卯，夹钟实十四万七千四百五十六，律七寸四分(小分九，微强)，下生无射；开时实十四万五千四百七十一，律七寸三分(小分九，微强)，下生闭掩；族嘉实十四万三千五百一十三，律七寸二分(小分九，微强)，下生邻齐；争南实十四万一千五百八十二，律七寸一分(小分九，强)，下生期保。

辰，姑洗实十三万九千九百六十八，律七寸一分(小分一，微强)，下生应

钟；南授实十三万九千六百七十六，律七寸(小分九，半强)，下生分乌；变虞实十三万八千八十四，律七寸(小分一，半强)，下生迟内；路时实十三万六千二百二十五，律六寸九分(小分二，微强)，下生未育；形始实十三万四千三百九十二，律六寸八分(小分三，弱)，上生迟时；依行实十三万二千五百八十三，律六寸七分(小分三，半强)，上生色育。

巳，中吕实十三万一千七十二，律六寸六分(小分六，微弱)，上生执始；南中实十二万九千三百八，律六寸五分(小分七，微弱)，上生丙盛；内负实十二万七千五百六十七，律六寸四分(小分八，微强)，上生分动；物应实十二万五千八百五十，律六寸三分(小分九，少强)，上生大吕。

午，宾实十二万四千四百一十六，律六寸三分(小分二，微强)，上生大吕；南事实十二万四千一百五十六，律六寸三分(小分一，弱)，不生；盛变实十二万二千七百四十一，律六寸二分(小分三，半强)，上生分否；离宫实十二万一千八十九，律六寸一分(小分五，微强)，上生凌阴；制时实十一万九千四百六十，律六寸(小分七，微弱)，上生少出。

未，林锺实十一万八千九十八，律六寸，上生太簇；谦待实十一万七千八百五十一，律五寸九分(小分九，弱)，上生未知；去灭实十一万六千五百八，律五寸九分(小分二，微弱)，上生时息；安度实十一万四千九百四十，律五寸八分(小分四，微弱)，上生屈齐；归嘉实十一万三千三百九十三，律五寸七分(小分六，微强)，上生随期；否与实十一万一千八百六十七，律五寸六分(小分八，少强)，上生形晋。

申，夷则实十一万五百九十二，律五寸六分(小分二，弱)，上生夹钟；解形实十万九千一百三，律五寸五分(小分四，强)，上生开时；去南实十万七千六百三十五，律五寸四分(小分六，太强)，上生族嘉；分积实十万六千一百八十六，律五寸三分(小分九，少强)，上生争南。

酉，南吕实十万四千九百七十六，律五寸三分(小分三，强)，上生姑洗；白吕实十万四千七百五十七，律五寸三分(小分二，强)，上生南授；结躬实十万三千五百六十三，律五寸二分(小分六，微强)，上生变虞；归期实十万二千一百六十九，律五寸一分(小分九，微强)，上生路时；未卯实十万七百九十四，律五寸一分(小分二，微强)，上生形始；夷汗实九万九千四百三十七，律五寸(小分五，微强)，上生依行。

戌，无射实九万八千三百四，律四寸九分(小分九，少强)，上生中吕；闭掩实九万六千九百八十一，律四寸九分(小分三，弱)，上生南中；邻齐实九万五千六百七十五，律四寸八分(小分六，微强)，上生内负；期保实九万四千三百八十八，律四寸七分(小分九，半强)，上生物应。

亥，应钟实九万三千三百一十二，律四寸七分(小分四，微强)，上生蕤宾；分鸟实九万三千一百一十七，律四寸七分(小分三，微强)，上生南事；迟内实九万二千五十六，律四寸六分(小分八，弱)，上生盛变；未育实九万八百一十七，律四寸六分(小分一，少强)，上生离宫；迟时实八万九千五百九十五，律四寸五分(小分五，强)，上生制时。

甄鸾按：刚柔殊节，清浊异伦。五音六律，理无相夺。隔八相生，又如合契。

按志序云：「上生不得过黄钟之浊；下生不得不及黄钟之清。」是则上生不得过九寸；下生不得减四寸五分。且依行者，辰上之管也，长六寸七分。上生色育。然则色育者，亥上之管也，长四寸四分，减黄钟之清。其名仍就下生之名；其算变取上生之实。乃越亥就子，编于黄钟之下，律长八寸九分。非直名与实乖，抑亦违例隔凡。志又云：「始于黄钟，终于南事。」

注云：「不生」；且南事，午上管也。计南事之律，次得上生八寸四分之管。便是上生不过黄钟之浊。乃注云：「不生」，此乃苟欲充六十之数。其于义理，未之前闻。

《礼记》投壶法：

「壶颈修七寸，腹修五寸，口径二寸半，容斗五升。」注云：「修，长也。腹容斗五升，三分益一，则为二斗。得圆困之象，积三百二十四寸。以腹修五寸约之，所得求其圆周。圆周二尺七寸有奇，是为腹径九寸有余。」

甄鸾按：斛法一尺六寸二分，上十之得一千六百二十寸为一斛。积寸下退一等，得一百六十二寸为一斗。积寸倍之，得三百二十四寸为二斗。积寸以腹修五寸约之，得六十四寸八分。乃以十二乘之，得七百七十七寸六分。又以开方除之，得圆周二十七寸；余四十八寸六分。倍二十七寸，得方法五十四。下法一从方法，得五十五。以三除二十七寸得九寸。又以三除不尽四十八寸六分，得十六寸二分。与法俱上十之，是为壶腹径九寸五百五十分寸之一百六十二。母与子亦可俱半之，为二百七十五分寸之八十一。

推春秋鲁僖公五年正月辛亥朔法：

经云：「僖公五年春王正月辛亥朔日南至。」南至，冬至也。冬至之日，南极至。故谓之曰南至也。日中之时景最长。以景度之，知其南至。周官以土圭度日景，以求地中。夏至之日景尺有五寸。冬至之日，立八尺之木以为表。度而知之。「公既视朔，遂登观台以望云气而书，礼也。凡分、至启闭，必书云物，为备故也。」

推积日法：

置积月一万一千九百八十五。以周天分二万七千七百五十九乘之，得三亿

三千二百六十九万一千六百一十五，为朔积分。以日法九百四十除之，得三十五万三千九百二十七为积日。不尽二百三十五为小余。以六十除积日，得五千八百九十八，弃之。取不尽四十七为大余。命以甲子算外，即正月辛亥朔。

求次月朔法：

置正月朔大、小余，加朔大余二十九、小余四百九十九。若小余满日法九百四十，除之；从大余一。满六十除之。命以甲子算外，即次月朔。如是一加得一月朔。若小余满四百四十一以上，其月大，减者小也。

推僖公五年正月辛亥朔旦冬至法：

经云：「僖公五年春王正月辛亥朔日南至。」

求次气法：

加大余十五，小分二十一。小分满气法二十四，从小余一。小余满四，从大余一。大余满六十，去之。命以甲子算外，次气日。如是一加得一气。

推文公元年岁在乙未，闰在十月下，而失在三月法：

经云：「文公元年于是闰三月，非礼也。先王之正时也，屡端于始、举正于中、归余于终。屡端于始，序则不愆；举正于中，则民不惑；归余于终，则事不悖。」

推闰余十三在何月法：

置章岁十九，以闰余十三减之，不尽六。以岁中十二乘之，得七十二。以章闰七除之得十。命从正月起算外，闰十月下而尽。闰三月者，非也。

推文公六年，岁在庚子，是岁无闰而置闰法：

经云：「文公六年，闰月不告朔，犹朝于庙。」传曰：「闰月不告朔，非礼也。闰以正时，时以作事。民生之道于是乎在矣。不告闰朔，弃时正也，何以为民？」

推襄公二十七年，岁在乙卯，再失闰法：

襄公二十七年，岁在乙卯，九月乙亥朔，是建申之月也。鲁史书：「十二月乙亥朔，日有食之。」传曰：「冬十一月乙亥朔，日有食之。于是辰在申，司历过也。再失闰矣。」言时实以为十一月也。不察其建，不考之于天也。

推绛县老人生经四百四十五甲子法：

襄公三十年，岁在戊午，二月癸未。注：「二月一日，丁卯朔。癸未十七日也。」「晋悼夫人食舆人之城杞者。绛县人长矣，无子而往与于食。有与疑年，使之年曰：「臣小人也，不知纪年。臣之岁，正月甲子朔，四百有四十五甲子矣。其季于今三之一也。吏走问诸朝。师旷曰：「鲁叔仲惠伯会却成子于城匡之岁也，七十三年矣。」史赵曰：「亥有二首六身。下二如身，是其日数也。」士文伯曰：「然则二万六千六百有六旬也。」」

甄鸾按：「四百四十五甲子矣。其季于今三之一」者，计四百四十五甲子矣，有二万六千七百日。其季三之一者，谓不满四百有四十五甲子。于未一甲子六十日之中，三分取一。谓去四十日，止留二十日也。是以注云：「三分六甲之一得甲子、甲戌尽癸未。谓止有四百有四十四甲子，奇二十日，合二万六千六百六十日。以应史赵「亥有二首六身」之数也。

术曰：置积日二万六千六百六十日。以四乘之，得十万六千六百四十日为实。又置周天三百六十五日四分日之一。以四乘之，内子一，得一千四百六十一为一岁之日法以除实，得七十二岁。一千四百四十八，少十三分不满法。计四分为一日，更少三日，不终季年。算法，半法以上收成一，为七十三年。据多而言也。

推文公十一年，岁在乙巳。夏正月甲子朔。絳县老人生月法：

襄公三十年，絳县人曰：「臣小人，不知纪年。臣生之岁，正月甲子朔，四百四十五甲子矣。其季于今三之一也。」

推积日法：

置积月一万二千四百六十七。以周天分二万七千七百五十九乘之，得三亿四千六百七万一千四百五十三为朔积分。以日法九百四十除之，得三十六万八千一百六十一为积日；不尽一百一十三为小余。以六十除积日，不尽为大余。命以甲子算外，乙丑。推次月朔法，如前僖公五年中术。

推积日法：

置积月一万三千六百一十七。以周天分二万七千七百五十九乘之，得三亿七千七百九十九万四千三百三为朔积分。以日法九百四十除之，得四十万二千一百二十一为积日。不尽五百六十三为小余。以六十除积日得六千七百二，弃之。不尽一为大余。命以甲子算外，正月乙丑朔。

推算鲁昭公十九年，闰在十二月之后，就以闰月为正月，而以正月为二月的算法：

推昭公十九年，岁在戊寅，闰在十二月下法：

推昭公十九年，岁在戊寅月朔法：

推昭公二十年，岁在己卯月朔法：

正月大，己丑朔。大余二十五，小余四百七十。二月小，己未朔。大余五十五，小余二十九。三月大，戊子朔。大余二十四，小余五百二十八。

推昭公二十年，岁在己卯，正月己丑朔，旦冬至；而失云二月己丑冬至法

:

甄鸾按：周历昭公十九年，岁在戊寅。其年闰十二月。其月大，己未朔。二十年，岁在己卯。正月大，己丑朔。即以己丑朔，旦为冬至。而昭公十九年

，不置闰，乃以闰十二月为正月。故以为二月也。

推哀公十二年，岁在戊午。应置闰而不置，故书十二月有螽法：

经云：「哀公十二年，冬十有二月螽」。季孙问诸仲尼。仲尼曰：「丘闻之，火伏而后蛰者毕。今火犹西流，司历过也。」

求十二年闰月法：

置章岁十九。以闰余十四减之，不尽五。以岁中十二乘之，得六十。以章闰七除之，得八。命从正月起算外，即在八月下。

甄鸾按：周十二月，夏之十月也。哀公十二年，闰在夏八月下。当时实是夏之九月，而失以闰月为九月，以九月为十月。故书「冬十有二月螽」也。